

J. Ángel Velázquez Iturbide
Isidoro Hernán Losada

**Dos Evaluaciones de Eficiencia
Educativa de las Familias de
Árboles de Recursión**

Número 2015-01

Serie de Informes Técnicos DLSI1-URJC
ISSN 1988-8074
Departamento de Lenguajes y Sistemas Informáticos I
Universidad Rey Juan Carlos

Índice

1 INTRODUCCIÓN.....	1
2 PRIMERA EVALUACIÓN	2
2.1 CONTEXTO Y DISEÑO DE LA EVALUACIÓN.....	2
2.2 ANÁLISIS DEL CUESTIONARIO DE CONOCIMIENTO	3
2.3 RESULTADOS DEL CUESTIONARIO DE CONOCIMIENTO	4
2.4 RESULTADOS DEL CUESTIONARIO DE OPINIÓN	6
3 SEGUNDA EVALUACIÓN	7
3.1 CONTEXTO Y DISEÑO DE LA EVALUACIÓN.....	7
3.2 RESULTADOS DEL CUESTIONARIO DE CONOCIMIENTO	8
3.3 RESULTADOS DEL CUESTIONARIO DE OPINIÓN	10
4 DISCUSIÓN	11
5 CONCLUSIONES.....	12
<i>Agradecimientos.....</i>	<i>12</i>
REFERENCIAS.....	12
APÉNDICE A: ENUNCIADO DE LA PRÁCTICA 4	14
APÉNDICE B: FAMILIA DE ÁRBOLES DE RECURSIÓN	17
APÉNDICE C: CUESTIONARIOS DE LA PRIMERA EVALUACIÓN	20
APÉNDICE D: RESPUESTAS DE LA PRIMERA EVALUACIÓN	23
APÉNDICE E: CUESTIONARIOS DE LA SEGUNDA EVALUACIÓN.....	24
APÉNDICE F: RESPUESTAS DE LA SEGUNDA EVALUACIÓN.....	27

Dos Evaluaciones de Eficiencia Educativa de las Familias de Árboles de Recursión

J. Ángel Velázquez Iturbide, Isidoro Hernán Losada

Departamento de Informática y Estadística, Universidad Rey Juan Carlos,
C/ Tulipán s/n, 28933, Móstoles, Madrid
{angel.velazquez,isidoro.hernan}@urjc.es

Resumen. Una familia de visualizaciones es un conjunto de visualizaciones de un algoritmo que difieren poco entre sí pero muestran graduales diferencias, dependiendo de pequeñas variaciones en los datos de entrada. En concreto, podemos hablar de familias de árboles de recursión. En este informe se presentan dos evaluaciones de eficiencia educativa de las familias de árboles de recursión. Para cada evaluación se describe su contexto educativo, el diseño experimental y los resultados obtenidos. Terminamos comentando los resultados obtenidos.

Palabras clave: Aprendizaje de los algoritmos, recursividad, árboles de recursión, familia de visualizaciones, programación dinámica.

1 Introducción

SRec es un sistema de visualización de la recursividad [1]. Es un sistema altamente interactivo concebido como apoyo a la docencia de los algoritmos [2]. Se han desarrollado varias extensiones, orientadas a técnicas de diseño específicas (divide y vencerás [3] y programación dinámica [4]). En esta última propuesta se presentaba el concepto de “familia de visualizaciones” como un conjunto de visualizaciones de un algoritmo que difieren poco entre sí pero muestran graduales diferencias, dependiendo de pequeñas variaciones en los datos de entrada. En el ámbito de la recursividad, podemos concebir “familias de árboles de recursión”. Estas familias pueden ser muy útiles para comprender algunas técnicas basadas en recursividad múltiple, como divide y vencerás y, sobre todo, programación dinámica. En este informe se presentan los resultados de dos evaluaciones de eficacia educativa de esta nueva forma de presentación de las visualizaciones.

La estructura del informe es la siguiente. Los apartados 2 y 3 describen, respectivamente, las dos evaluaciones realizadas. En cada apartado incluimos una descripción de su contexto educativo, el diseño experimental y los resultados obtenidos. En el apartado 4 se comentan los resultados y en el quinto se incluyen nuestras conclusiones. Finalmente, los Apéndices contienen los materiales utilizadas en ambas evaluaciones.

2 Primera Evaluación

Se presenta la primera evaluación, estructurada en tres subapartados: contexto y diseño de la evaluación, resultados del cuestionario de conocimientos y resultados del cuestionario de opinión.

2.1 Contexto y Diseño de la Evaluación

La evaluación se realizó en la asignatura “Programación Avanzada”, optativa de 6 créditos del primer cuatrimestre de 4º curso del Grado en Ingeniería Informática. Se realizó en noviembre del curso académico 2013-14 en el grupo presencial, que tenía 39 alumnos matriculados, más 2 alumnos que asistían “de oyentes”.

Se realizó una evaluación experimental de eficiencia educativa aprovechando las prácticas 3 y 4:

1. Práctica 3. El objetivo de esta práctica era ejercitarse en las técnicas de eliminación de la recursividad redundante, que luego se necesitará aplicar en la técnica de programación dinámica. La práctica debía realizarse de manera individual. Se utilizó las calificaciones en esta práctica para dividir a los alumnos en dos grupos homogéneos en calificaciones y sexo (grupo experimental y grupo de control) para la sesión en el laboratorio de la práctica 4.
2. Práctica 4. El objetivo de esta práctica era desarrollar un algoritmo de programación dinámica para el problema de selección de actividades ponderadas [5]. Se proporcionaba un algoritmo recursivo, llamado *sel*, y se pedía completar su construcción. denominados grupo experimental y grupo de control), usando las calificaciones de la práctica 3. La media de las notas del grupo de control fue 1’53 y la del grupo experimental 1’5. Para comprobar que la elección de los alumnos para formar grupos era correcta, se realizó el test *t* de dos muestras para comparar medias, obteniendo un p-valor de 0’7, lo que implica que la hipótesis nula (las medias son iguales) no puede ser rechazada. La práctica debía realizarse en dos fases:
 - a. Sesión de prácticas en el laboratorio. Tenía una duración de 2h. Los alumnos debían trabajar individualmente en la práctica. Su participación fue incentivada con 0’25 puntos, sólo acumulables cuando tuvieran la asignatura aprobada. Cada grupo contó con materiales distintos (que describimos más adelante). Se les pedía que al final resolvieran una hoja con 5 problemas (que describimos más adelante). Al grupo experimental también se le proporcionó un cuestionario de opinión con 6 preguntas sobre las familias de árboles de recursión (que describimos más adelante).
 - b. Entrega de la práctica. Los alumnos disponían de una semana de plazo para acabar la práctica y entregar su memoria. Podían continuar realizándola individualmente o podían unirse a otro alumno y hacerla en pareja.

Se proporcionaron materiales distintos a los dos grupos:

- Grupo de control. Podían utilizar el sistema SRec para generar árboles de recursión.

- Grupo experimental. Se les proporcionaba una hoja con una familia de 5 árboles de recursión para unos datos de 3 actividades. Si querían, podían utilizar SRec.

La hoja de problemas contenía 5 problemas, cuyo objetivo era medir los siguientes aspectos:

1. Comprensión del enunciado del problema. Se dan unos datos de entrada y dos soluciones válidas; hay que justificar por qué una de ellas es óptima.
2. Comprensión de los árboles de recursión de la función *sel*. Deben elegirse unos datos de entrada cuyo árbol de recursión ilustre mejor el algoritmo.
3. Comprensión de la variación en los árboles de búsqueda generados con *sel*. Se pide identificar los casos de 4 actividades en que el árbol de recursión tiene más o menos llamadas.
4. Comprensión de la variación en los árboles de búsqueda generados con *sel* en general. Análogo al anterior, pero para un número cualquiera de actividades.
5. Diseño de la tabla necesaria para tabular el algoritmo recursivo en otro de programación dinámica.
6. Comprensión de un árbol de recursión para la función *sel*. Dado un árbol de recursión, hay que identificar las actividades que forman la solución óptima.

El cuestionario de opinión constaba de 6 preguntas:

1. Comprensión del formato mixto de visualización utilizado.
2. Comprensión del uso de una familia de árboles de recursión.
3. Preferencia por generar sus propios árboles de recursión.
4. Utilidad en general de las familias de árboles para comprender *sel*.
5. Utilidad de la familia de árboles mostrada para comprender *sel*.
6. Datos de tamaño adecuado para comprender el algoritmo.

En los Apéndices A, B y C se encuentran, respectivamente, el enunciado de la práctica, la familia de 5 árboles de recursión y dos cuestionarios (de conocimientos y de satisfacción, este último solamente para el grupo experimental).

2.2 Análisis del Cuestionario de Conocimiento

Se recogieron 14 cuestionarios de alumnos del grupo experimental y 13 del grupo de control. En el grupo experimental había 3 alumnas mientras que en el de control eran 5. En el subapartado siguiente se presentan las respuestas de los alumnos y en el Apéndice E unas tablas con sus resultados.

Para facilitar su descripción, utilizamos unos códigos cuyo significado explicamos aquí, ordenado por preguntas:

1. Consideramos 2 códigos:
 - B: Bien, correcta.
 - M: Mal, incorrecta.
2. La segunda pregunta se prestaba a respuestas subjetivas, sin un objetivo claro de investigación. Por tanto, no presentamos ningún análisis.
3. Consideramos los siguientes códigos para sus dos partes:

- B: Bien. Para la parte primera las 4 actividades se solapan, mientras que para la parte segunda ninguna de las 4 actividades se solapan entre sí.
 - Ord: Bien, pero con las actividades dispuestas en un orden distinto de orden creciente de fin (como obliga el enunciado). Suelen disponerlas en orden decreciente de fin, pero también pueden estar desordenadas.
 - Sol: No se solapan las 4 actividades, pero hay mucho solapamiento.
 - 1Sol: Una actividad se solapa con las otras tres.
 - 1Activ: Se propone una sola actividad.
 - -: Respuesta en blanco.
4. Los códigos son parecidos a los de la pregunta anterior pero expresados en términos generales:
- B: Bien, según la parte de la pregunta, se solapan todas las actividades o no se solapa ninguna actividad.
 - Com: Sólo para la parte primera. Bien, pero todas las actividades tienen el mismo instante de comienzo (a veces, incluso de fin). Desde el punto de vista de la corrección puede integrarse dentro del código anterior, pero lo mantenemos separado por su peculiaridad.
 - Sol: Hay mucho solapamiento.
 - NoSol: Hay algún no solapamiento.
 - -: Respuesta en blanco.
5. Los alumnos no entendieron bien la quinta pregunta en la primera evaluación; por tanto, no presentamos ningún análisis. En la segunda evaluación se rehizo, resultando los siguientes códigos:
- B: Bien, la tabla es un vector con tantas celdas como actividades más una.
 - B-1: La tabla tiene una celda menos.
 - M: Mal.
 - -. Respuesta en blanco.
6. Los códigos utilizados en las distintas partes de la sexta pregunta (que en la segunda evaluación pasa, modificada, a ser la 2) son las siguientes:
- B: Bien, se marca la rama que produce el beneficio máximo.
 - M: Mal.
 - B-1: Bien, pero (sólo en la segunda evaluación) le falta marcar el caso básico.
 - B+1: Bien, pero (sólo en la segunda evaluación) marca los dos casos básicos.
 - -. Respuesta en blanco.

2.3 Resultados del Cuestionario de Conocimiento

La Tabla 1 presenta los resultados de la primera pregunta.

Tabla 1. Respuestas a la pregunta 1 del primer cuestionario

	B	M
Grupo experimental	12	2
Grupo de control	10	3

La respuesta correcta era que la solución óptima era mejor que otra porque se trata de maximizar el beneficio obtenido, no el número de actividades seleccionadas.

Puede observarse que la mayoría de los alumnos de ambos grupos han contestado adecuadamente a la pregunta. En general, las respuestas correctas razonan sobre el ejemplo planteado. Los alumnos que contestan incorrectamente razonan sobre una ejecución secuencial del algoritmo, como si fuera más un algoritmo voraz que un algoritmo recursivo múltiple.

Las respuestas a la tercera pregunta se presentan en la Tabla 2. Las primeras columnas corresponden a la primera parte de la pregunta y las siguientes, a la segunda parte.

Tabla 2. Respuestas a la pregunta 3 del primer cuestionario

	B	Ord	1Sol	Sol	1Activ	-	B	Ord	Sol	-
Grupo experimental	12	1		1			11	2	1	
Grupo de control	3	2	3	2	2	1	9	1	1	2

Puede observarse una gran diferencia entre ambos grupos en la primera parte de la pregunta pero no en la segunda. Si consideramos que todas las respuestas a la primera parte son aproximadas, salvo la correcta y la de una sola actividad, el grupo experimental realizó 12 respuestas correctas, 2 aproximadas y 0 incorrectas o sin contestar. Sin embargo, en el grupo de control estas cifras pasan a 3, 7 y 3 respectivamente. Usando estos últimos datos, realizamos el test de Fischer bilateral corregido (dado el bajo número de alumnos) con un intervalo de confianza del 95%, arrojando un p-valor de 0'00226, lo que implica que existe una diferencia significativa entre ambos grupos. Las respuestas de una sola actividad quizá se deban al malentendido consistente en que, al pedir el caso mejor para una propiedad, no identifican valores de los elementos sino que reducen su número; al menos, es un error común en análisis de complejidad.

La Tabla 3 muestra los resultados para la cuarta pregunta.

Tabla 3. Respuestas a la pregunta 4 del primer cuestionario

	B	Com	Sol	NoSol	-	B	NoSol	-
Grupo experimental	9	5				14		
Grupo de control	4	1	4	2	2	8	2	3

Vemos primero la parte primera. Si agrupamos las respuestas en correctas, aproximadas y en blanco o incorrectas, obtenemos para el grupo experimental 9, 5 y 0 y para el grupo de control 4, 5 y 4, respectivamente. Con estos datos, la prueba de Fischer bilateral corregida de un p-valor de 0'0538, con lo que no permite desechar la hipótesis nula (los resultados son iguales para ambos). Hay que reseñar que este valor se encuentra en el límite para poder afirmar lo contrario, es decir, que existe una diferencia significativa entre ambos grupos. Si el intervalo de confianza fuera menor (de un 90%), esta última afirmación pasaría a ser cierta.

En la parte segunda el grupo experimental también tiene mejores resultados, que son confirmados con el mismo test, que da un p-valor de 0'01594.

Aunque los alumnos no interpretaron bien la quinta pregunta, hay que constatar que solamente dejó en blanco esta pregunta 1 alumno del grupo experimental (y otro a medias), pero lo hicieron 6 (y otro a medias) del grupo de control. Es decir, en el grupo experimental 12 alumnos contestaron y 2 no contestaron total o parcialmente, mientras que en el grupo de control 6 alumnos contestaron y 7 no contestaron total o parcialmente. Por tanto, el grupo experimental avanzó más en el diseño de la tabla. El análisis estadístico de esos datos, arroja un p-valor de 0'04607 en el test de Fischer. Este valor es muy próximo a 0'05 que sirve para discriminar entre aceptar o rechazar la hipótesis de que los grupos han tenido un comportamiento significativamente diferente (con un 95% de certeza) ante esta pregunta. El test de independencia de Chi-cuadrado, usando el método de Pearson, nos da un p-valor de 0'02935, que permite decir que ambos grupos han respondido de forma significativamente diferente.

La Tabla 4 muestra los resultados para la sexta pregunta. Esta consta de dos partes. En la primera se pedía dibujar las actividades en formato gráfico; la segunda parte consta de una respuesta y un razonamiento. Las tres partes se muestran en las columnas de la tabla de izquierda a derecha.

Tabla 4. Respuestas a la pregunta 6 del primer cuestionario

	B	-	B	M	-	B	M	-
Grupo experimental	14		13	1		12	2	
Grupo de control	10	3	10	1	2	7	1	5

Puede observarse que la diferencia principal entre ambos grupos es la existencia de algunos alumnos del grupo de control que no han contestado. Si analizamos los resultados la segunda parte de la pregunta 6, realizando el test de Fischer bilateral corregido da un p-valor de 0'1032, lo que implica que no existe una diferencia estadísticamente significativa entre ambos grupos.

2.4 Resultados del Cuestionario de Opinión

La Tabla 5 muestra los resultados del cuestionario de opinión entre los alumnos del grupo experimental. De 14 alumnos, uno dejó todas las preguntas en blanco. Se presentan ordenados por la mediana.

Tabla 5. Resultados del primer cuestionario de opinión

Preguntas	Media	Desv. típica	Mediana	Moda
El uso de varios árboles de recursión me ha resultado sencillo de entender	4,38	0,77	5,00	5,00
La visualización conjunta de actividades y del árbol de recursión correspondiente ha sido fácil de entender	4,46	0,52	4,00	4,00
En general, el uso de varios árboles de recursión ayuda a entender la estructura recursiva de la función <i>sel</i>	4,15	0,99	4,00	5,00

Los árboles de recursión concretos mostrados me han ayudado a entender la estructura recursiva de la función <i>sel</i>	4,08	0,64	4,00	4,00
Para comprender la estructura recursiva de la función <i>sel</i> , ha sido suficiente con disponer de datos formados por 3 actividades	4,15	0,80	4,00	4,00
Hubiera preferido construir un árbol de recursión con los datos que yo propusiera	2,15	1,14	2,00	2,00

Puede observarse que las dos preguntas mejor valoradas según algún estadístico se refieren a la facilidad de comprensión de la familia de árboles, al formato mixto de cada visualización y a la utilidad general de las familias. A continuación se valora la utilidad de la familia mostrada y el tamaño de los datos utilizados para construir la familia. Por último, los alumnos prefieren que se les proporcione una familia a construirla ellos mismos.

La pregunta segunda, sobre el formato de las visualizaciones, tiene respuestas casi unánimes: todos los alumnos la puntúan con 4 ó 5.

Las preguntas en las que hay mayor variación en las respuestas son las referentes a sus preferencias de quién construye los árboles y a la utilidad general de las familias de árboles.

El cuestionario también permitía dar comentarios abiertos. Se recogieron 6 comentarios, entre los cuales uno es compuesto, por lo que tenemos 8 comentarios simples. Podemos clasificarlos en las siguientes categorías:

- Sugerencias de algunos casos deseables en la familia de árboles (3).
- Sugerencias de mejora de los árboles mediante explicaciones (2).
- Sugerencia de uso conjunto de SRec (2).
- Identificación de la visualización más útil: la quinta, que tiene más llamadas recursivas.

3 Segunda Evaluación

Presentamos los resultados de una segunda evaluación, realizada un año después. Su estructura es similar, por lo que la descripción de su diseño es mucho más corta.

3.1 Contexto y Diseño de la Evaluación

La evaluación se realizó en noviembre del curso 2014-15, con 40 alumnos matriculados.

La evaluación se diseñó de forma análoga al curso 2013-14, con diferencias solamente en algunos detalles de los cuestionarios. En el cuestionario de conocimiento se suprimió la pregunta 2 y se modificaron las preguntas 5 y 6, moviendo esta última al puesto 2. El objetivo de las cinco preguntas resultantes era medir los siguientes aspectos:

1. Comprensión del enunciado del problema. Se dan unos datos de entrada y dos soluciones válidas; hay que justificar por qué una de ellas es óptima.

2. Comprensión de los árboles de recursión de la función *sel*. Dado un árbol de recursión, hay que identificar la solución óptima y su rama asociada en el árbol.
3. Comprensión de la variación en los árboles de búsqueda obtenidos para *sel*. Se pide identificar los casos de 4 actividades en que el árbol de recursión tiene más o menos llamadas.
4. Comprensión de la variación en los árboles de búsqueda obtenidos para *sel* en general. Análogo pero para un número cualquiera de actividades.
5. Diseño de la tabla necesaria para implementar el algoritmo correspondiente de programación dinámica.

Asimismo, el cuestionario de opinión añadía una pregunta en la posición 4, que expresaba la preferencia por una familia de árboles que por un árbol solo.

Los cuestionarios se encuentran en el Apéndice D.

3.2 Resultados del Cuestionario de Conocimiento

Se recogieron 16 cuestionarios, 8 en cada grupo. En el grupo experimental había 1 alumna mientras que en el de control había 4. Veamos las respuestas al cuestionario de conocimiento.

La Tabla 6 presenta los resultados de la primera pregunta.

Tabla 6. Respuestas a la pregunta 1 del segundo cuestionario

	B	M
Grupo experimental	7	1
Grupo de control	8	

Puede observarse que la primera pregunta sólo fue respondida incorrectamente por un alumno del grupo experimental. Su respuesta no se corresponde con el ejemplo dado en el enunciado del problema, por lo que quizá la malinterpretó.

Las respuestas a la segunda pregunta se encuentran en la Tabla 7. De izquierda a derecha tenemos las columnas de las respuestas a ambas partes de la pregunta.

Tabla 7. Respuestas a la pregunta 2 del segundo cuestionario

	B	M	B	B-1	B+1	M
Grupo experimental	6	2	3	3	1	1
Grupo de control	5	3		2	1	5

Puede verse que no hay apenas diferencias en la primera parte de la pregunta, mientras que hubo mucha más diversidad en segunda parte. 3 alumnos del grupo experimental respondieron bien, 4 casi bien y 1 mal, mientras que grupo de control fueron 0, 3 y 5, respectivamente. Para la segunda parte de la pregunta se ha realizado el test de Fischer bilateral corregido dando un p-valor de 0'07646, lo que implica que no existe una diferencia estadísticamente significativa entre ambos grupos.

La Tabla 8 contiene las respuestas de ambos grupos a la pregunta 3. Las primeras columnas corresponden a la primera parte y las siguientes, a la segunda parte.

Tabla 8. Respuestas a la pregunta 3 del segundo cuestionario

	B	Ord	Sol	-	B	Ord	-
Grupo experimental	4	3		1	6	1	1
Grupo de control		3	4	1	5	1	2

Para la primera parte, 4 alumnos del grupo experimental contestan bien y 3 casi bien, mientras que en el grupo de control fueron 0 y 7, respectivamente. El test de Fischer bilateral corregido dando un p-valor de 0'07692, lo que implica que no existe una diferencia estadísticamente significativa entre ambos grupos. En cambio, los resultados de la parte segunda son parecidos, por lo que no se analizan estadísticamente.

La Tabla 9 contiene las respuestas de ambos grupos a la pregunta cuarta. Las primeras columnas corresponden a la primera parte de la pregunta 3 y las siguientes, a la segunda parte.

Tabla 9. Respuestas a la pregunta 4 del segundo cuestionario

	B	Sol	-	B	NoSol	-
Grupo experimental	6	1	1	6	1	1
Grupo de control	3	3	2	5	1	2

A la primera parte de la pregunta los alumnos responden que todas las actividades se solapen o que lo hagan “muchas”. En el grupo experimental hay 6 respuestas de “todas” y 1 de “muchas”, mientras que en el grupo de control encontramos 3 de cada clase. Realizamos el análisis estadístico usando el test de Fisher, dado un p-valor de 0'4126, lo que implica que no existen diferencias significativas entre ambos grupos.

En cuanto a la segunda parte de la pregunta, en el grupo experimental hay 6 respuestas de “todas” y 1 de “pocas”, mientras que en el grupo de control encontramos 5 y 1, respectivamente.

Veamos, por último, las respuestas a la pregunta quinta en la Tabla 10.

Tabla 10. Respuestas a la pregunta 5 del segundo cuestionario

	B	B-1	M	-
Grupo experimental	3	4		1
Grupo de control		1	2	5

Encontramos grandes diferencias en las respuestas de ambos grupos. En el grupo experimental 3 alumnos responden bien y 4, casi bien (proponen una tabla con una celda menos). Sin embargo, en el grupo de control encontramos 5 respuestas en blanco, 2 que proponen una matriz y sólo 1 propone un vector con una celda menos. Se ha realizado una tabla de contingencia con estos datos y se ha pasado el test de Fischer bilateral,

obteniéndose un p-valor de 0'02315, lo cual confirma que existe una diferencia significativa entre el rendimiento del grupo experimental y el del grupo de control.

3.3 Resultados del Cuestionario de Opinión

La Tabla 11 muestra los resultados del cuestionario de opinión entre los alumnos del grupo experimental. Se recogieron 8 respuestas, que se presentan ordenados por la mediana.

Tabla 11. Resultados del segundo cuestionario de opinión

Preguntas	Media	Desv. típica	Mediana	Moda
Los árboles de recursión concretos mostrados me han ayudado a entender la estructura recursiva de la función <i>sel</i>	4,50	0,76	5,00	5,00
He comprendido mejor la estructura recursiva de la función <i>sel</i> tras ver varios árboles de recursión que si hubiera visto uno solo	4,25	1,16	5,00	5,00
El uso de varios árboles de recursión me ha resultado sencillo de entender	4,38	0,74	4,50	5,00
La visualización conjunta de actividades y del árbol de recursión correspondiente ha sido fácil de entender	4,25	0,46	4,00	4,00
En general, el uso de varios árboles de recursión ayuda a entender la estructura recursiva de la función <i>sel</i>	4,25	0,71	4,00	4,00
Para comprender la estructura recursiva de la función <i>sel</i> , ha sido suficiente con disponer de datos formados por 3 actividades	3,75	0,71	4,00	4,00
Hubiera preferido construir un árbol de recursión con los datos que yo propusiera	2,75	1,04	2,50	2,00

Puede observarse que las tres preguntas mejor valoradas (según algún estadístico) se refieren a la utilidad de la familia mostrada, a las familias sobre visualizaciones individuales y a la facilidad de comprensión de las familias de árboles. Después se valora el formato mixto de cada visualización y la utilidad general de las familias. Las preguntas menos valoradas se refieren al tamaño de los datos utilizados para construir la familia y sobre todo a que los alumnos prefieran que se les proporcione una familia a construirla ellos mismos.

La pregunta sobre el formato mixto de las visualizaciones de nuevo obtiene respuestas casi unánimes, 4 ó 5.

Las preguntas en las que hay mayor variación en las respuestas son las referentes a las preferencias sobre el uso de uno o varios árboles y a la construcción o recepción de las familias.

El cuestionario también permitía dar comentarios abiertos. Se recogieron 3 comentarios:

- Preferencia por el uso de SRec frente a la familia de árboles.
- Sugerencia de mejora del formato de las visualizaciones, representando las actividades también en formato tabular.
- Comentario de satisfacción por la experiencia.

4 Discusión

Podemos resumir los resultados de las respuestas a las distintas partes del cuestionario.

Encontramos las siguientes conclusiones en las evaluaciones del cuestionario de conocimientos:

- No hay diferencias estadísticamente significativas entre ambos grupos en las preguntas de: comprensión del problema, diseño de 4 actividades que producirán un número máximo de llamadas, diseño general de actividades que producirán un número mínimo de llamadas, y determinación de la solución óptima a partir del árbol de recursión.
- Hay diferencias destacadas entre ambos grupos en alguna evaluación pero sin llegar a ser estadísticamente significativas (pero cercanas, con un p-valor menor de 0'08) en las tres últimas preguntas antes citadas: diseño de 4 actividades que producirán un número máximo de llamadas (primera evaluación), diseño de 4 actividades que producirán un número mínimo de llamadas (segunda evaluación), e identificación de la solución óptima en un árbol de recursión (segunda evaluación, marcando la solución en la visualización).
- Hay diferencias estadísticamente significativas en la primera evaluación pero no en la segunda en: diseño de 4 actividades que producirán un número mínimo de llamadas y diseño general de actividades que producirán un número máximo de llamadas.
- Hay diferencias estadísticamente significativas en ambas evaluaciones a favor del grupo experimental en la pregunta de diseño de la tabla (en la primera evaluación hay más respuestas y en la segunda evaluación, el grupo experimental contesta mejor).

Podemos establecer las siguientes conclusiones:

- No hay diferencias en la pregunta que se refiere al problema.
- Hay resultados contradictorios en términos significativos (aunque frecuentemente con la misma tendencia) en algunas preguntas que exigen un conocimiento profundo de la función recursiva tras el análisis visual del árbol de recursión o de diseño de los datos de entrada.
- Hay diferencias en algunas preguntas que exigen un conocimiento profundo de la función recursiva (y por tanto, del árbol de recursión resultante) o de las consecuencias del análisis para eliminar la redundancia.

Una explicación de las diferencias encontradas podría ser que los alumnos del grupo experimental han podido analizar más casos y han avanzado más rápidamente en la realización de la práctica por no tener que generar los árboles. Sin embargo, la obtención

de resultados estadísticamente significativos para algunas preguntas en una evaluación y no en otra aconseja tomar estas conclusiones con cautela. De hecho sería deseable poder realizar la evaluación sobre una muestra mayor.

Los cuestionarios de opinión obtienen resultados bastante coherentes. Podemos establecer las siguientes conclusiones:

- En general, los alumnos valoran de forma muy positiva la experiencia.
- Hay una satisfacción unánime con el formato mixto de visualización elegido para este problema.
- Las familias de árboles de recursión resultan fáciles de entender, resultan útiles para comprender la estructura recursiva del algoritmo y las prefieren a una visualización independiente.
- Los alumnos prefieren que se les proporcione una familia construida a generar ellos mismos los árboles.
- El formato de la familia mostrada tiene buena aceptación pero matizada, ya que hay diversas sugerencias de mejora sobre su formato gráfico o sobre los árboles a incluir.
- Hay alumnos que abogan por un aprendizaje más activo, usando directamente SRec, en combinación o no con las familias de árboles.

5 Conclusiones

Hemos realizado dos evaluaciones del uso de familias de árboles de recursión. Los resultados obtenidos apuntan a que disponer de una familia por los alumnos les facilita un conocimiento más profundo del comportamiento del algoritmo recursivo y que acelera el análisis para la eliminación de la redundancia. Su uso tiene una aceptación alta entre los alumnos, aunque conviene fomentar su uso combinado con SRec.

En el tiempo transcurrido se ha modificado SRec para que permita al usuario generar familias de árboles. De todas formas, hay que recordar que un diseño adecuado de las familias requiere una madurez propia de un experto [4], que normalmente lo tiene el profesor pero no los alumnos. También sería interesante repetir la evaluación con una muestra mayor, e incluso evaluar más alternativas, como que los alumnos dispongan de una sola visualización.

Agradecimientos. Este trabajo se ha financiado con los proyectos TIN2011-29542-C02-01 del Ministerio de Economía y Competitividad de España y S2013/ICE-2715 de la Comunidad Autónoma de Madrid.

Referencias

1. Velázquez-Iturbide, J.Á., Pérez-Carrasco, A., Urquiza-Fuentes, J.: SRec: An animation system of recursion for algorithm courses. En: Proceedings of the 13th Annual Conference on Innovation and Technology in Computer Science Education, ITiCSE 2008. ACM Press, New York (2008) 225–229

2. Velázquez-Iturbide, J.Á., Pérez-Carrasco, A.: InfoVis interaction techniques in animation of recursive programs. *Algorithms* 3, 1 (2010) 76-91, doi:10.3390/a3010076
3. Velázquez-Iturbide, J.Á., Pérez-Carrasco, A., Urquiza-Fuentes, J.: A design of automatic visualizations for divide-and-conquer algorithms. *Electronic Notes in Theoretical Computer Science* 224 (2009) 159-167, doi:10.1016/j.entcs.2008.12.060
4. Velázquez-Iturbide, J.Á., Pérez-Carrasco, A.: Familias de visualizaciones de los árboles de recursión. En: *SIIE13 XV International Symposium on Computers in Education – Proceedings*, Maria José Marcelino, Maria Cristina Azebedo Gomes y António José Mendes (eds.) (2013) 18-23
5. Kleinberg, J., Tardos, É.: *Algorithm Design*. Addison-Wesley (2006)

Apéndice A: Enunciado de la Práctica 4

Grado en Ingeniería Informática Asignatura *Algoritmos Avanzados* Curso 2014/2015 Práctica nº 4

Objetivo

El objetivo de la práctica es que el alumno practique la técnica de programación dinámica.

Carácter

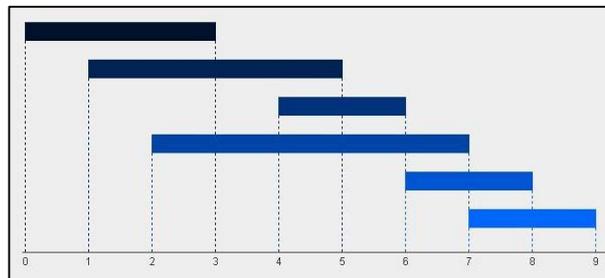
La práctica es voluntaria (aunque el alumno debe obtener una calificación de 5 en las prácticas para aprobar).

Enunciado

El *problema de selección de actividades ponderadas* se planteó en la práctica 2. Su objetivo consiste encontrar un subconjunto de actividades compatibles que proporcionen beneficio máximo.

Por ejemplo, sea el siguiente conjunto de 6 actividades:

i	c_i	f_i	b_i
0	0	3	2
1	1	5	4
2	4	6	4
3	2	7	7
4	6	8	2
5	7	9	2

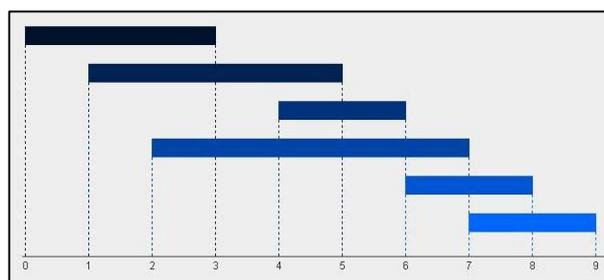


La solución óptima es el subconjunto $\{a_3, a_5\}$, con beneficio 9.

El objetivo de la práctica es desarrollar de forma sistemática un algoritmo de programación dinámica que resuelva el problema planteado. Aquí presentamos su formulación recursiva y se pide terminar su desarrollo.

Supongamos que las actividades están ordenadas en orden creciente de fin, como en el ejemplo. Esta ordenación nos permite organizar la construcción de la solución en etapas. Para la actividad i , podemos definir $p(i)$ como la actividad j compatible con i más próxima por su izquierda, es decir, es el mayor índice $j < i$ tal que las actividades i y j no se solapan. Si no existe dicha actividad, $p(i) = -1$.

En nuestro ejemplo, tenemos:



i	c_i	f_i	$p(i)$
0	0	3	-1
1	1	5	-1
2	4	6	0
3	2	7	-1
4	6	8	2
5	7	9	3

Sea $sel(i)$ el problema para las actividades comprendidas entre 0 e i , incluidas, $0 \leq i \leq n$. Para resolver el problema completo hay que realizar la llamada inicial $sel(n)$. El problema puede resolverse mediante la siguiente recurrencia:

$$sel(-1) = 0$$

$$sel(i) = \max(sel(i-1), b_i + sel(p(i))) \quad \text{para } i \geq 0$$

El caso básico expresa que el beneficio es 0 cuando no hay actividades que planificar. El caso recursivo expresa que hay dos posibilidades cuando tenemos una actividad al menos: descartarla (en cuyo caso, continuamos por la anterior) o seleccionarla (en cuyo caso, sumamos su beneficio con la solución óptima resultante de continuar por la actividad compatible más próxima por su izquierda).

Se pide completar el desarrollo de un algoritmo con la siguiente cabecera:

```
public static int selecActividades (int[] cs, int[] fs, int[] bs)
```

donde los vectores cs , fs y bs contienen, respectivamente, los instantes de comienzo, los instantes de fin y los beneficios. Asimismo, hay que desarrollar cualquier otro método auxiliar que se necesite, incluyendo el cálculo de p .

En el laboratorio

Esta parte debe realizarse individualmente. Debe analizarse la redundancia del algoritmo propuesto utilizando los árboles de recursión proporcionados (tanto impresos como comprimidos junto a este enunciado, con el título “Visualizaciones de árboles de recursión”). Una vez analizada la redundancia del algoritmo y determinado el diseño de la tabla necesaria para eliminarla (**puntos 1 y 2 del índice del informe**, como se ve a continuación), el alumno debe contestar el cuestionario proporcionado en papel.

Conviene que el alumno conserve copia del trabajo realizado para poder completar la práctica fuera del laboratorio.

Fuera del laboratorio

Esta parte puede realizarse individualmente o en pareja, debiendo completarse el desarrollo del algoritmo de programación dinámica. El alumno debe entregar un informe elaborado siguiendo el índice detallado a continuación. El informe debe enviarse por medio del apartado de Evaluación del campus virtual. Si se tienen dificultades, puede enviarse por el correo del campus virtual con el asunto “Práctica 4”. Si la práctica se ha realizado en pareja,

sólo debe realizarse un envío con el nombre de los dos alumnos escrito en el informe. El plazo de entrega del informe es el jueves 27 de noviembre de 2014, incluido.

Informe

El alumno debe entregar un informe con la siguiente estructura:

1. **Análisis de la redundancia.** Se elegirá uno de los árboles de recursión mostrados, que el alumno considere representativo del comportamiento de la función *sel*, y se construirá su grafo de dependencia. Si el alumno considera conveniente utilizar otro árbol de recursión, puede producirlo con el sistema SRec (disponible en el campus virtual) o de cualquier otra forma (manualmente o con otro programa).
2. **Tabulación.** Se incluirá el código del algoritmo de programación dinámica, resultante de tabular la definición recursiva de *sel*.
3. **Determinación de decisiones.** Se ampliará el algoritmo del apartado anterior de forma que, junto al valor del beneficio óptimo, imprima las actividades correspondientes.
4. **Conclusiones.** Se explican las conclusiones obtenidas tras realizar la práctica. Estas conclusiones pueden consistir en una valoración de la técnica de programación dinámica o de alguna etapa concreta. Por ejemplo, pueden describirse las incidencias que han dificultado la realización de la práctica, sus aspectos más atractivos o más difíciles, sugerencias sobre cómo mejorar la práctica, etc.

Evaluación

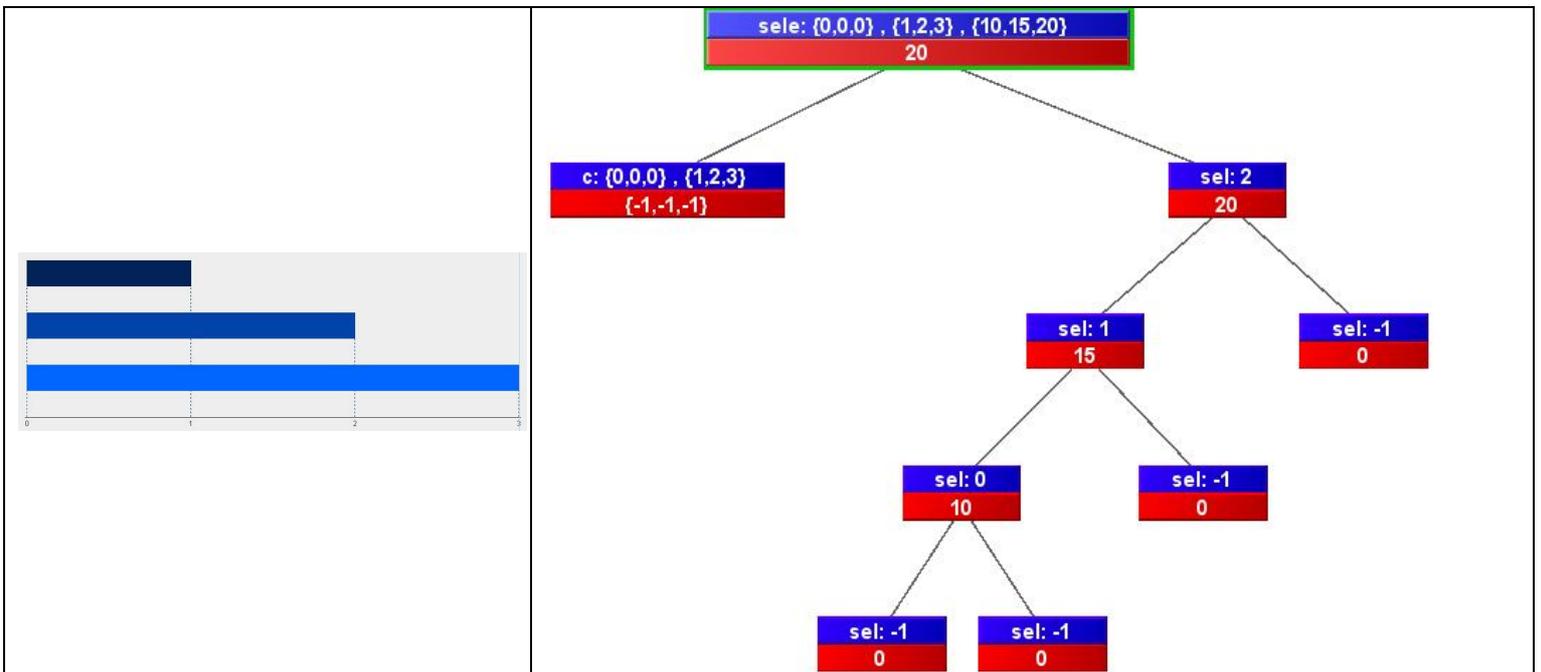
Se evaluará la calidad del algoritmo desarrollado, así como la claridad del informe.

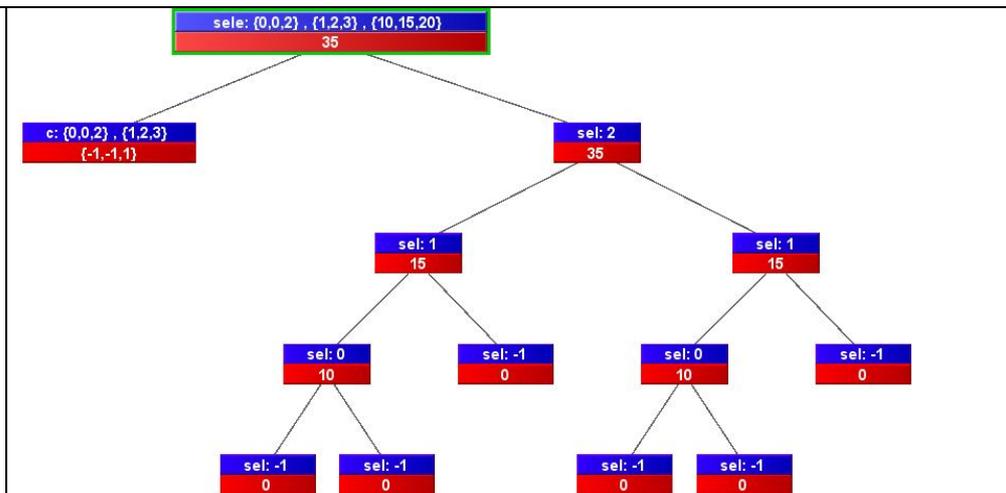
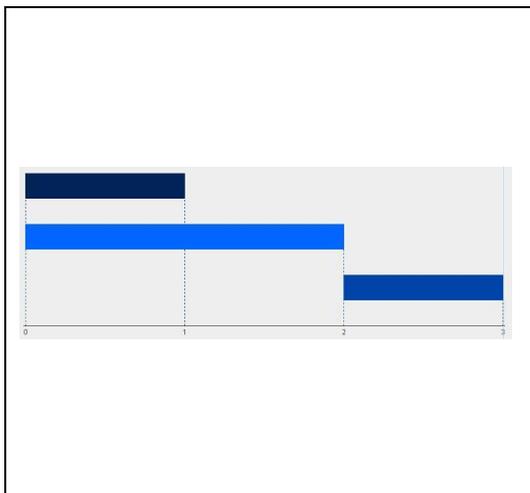
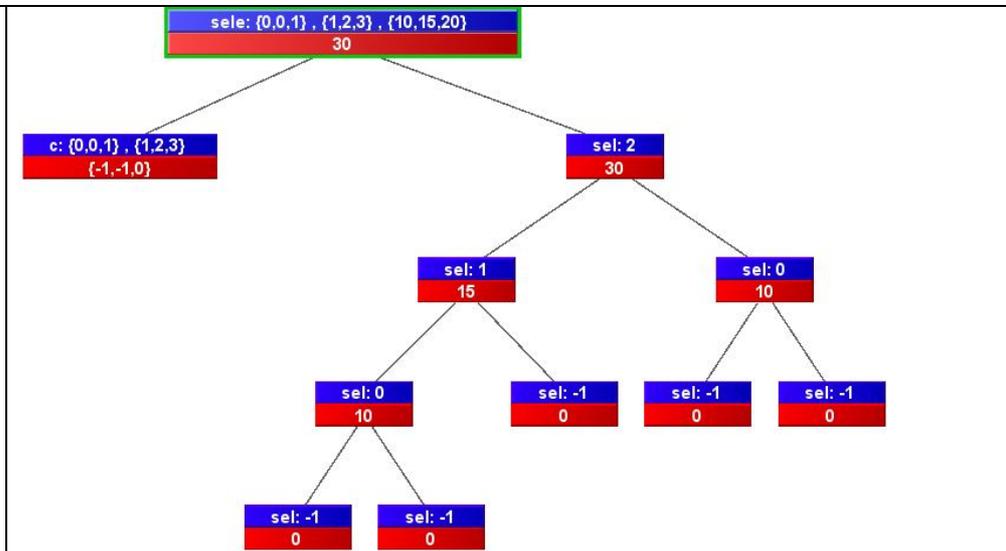
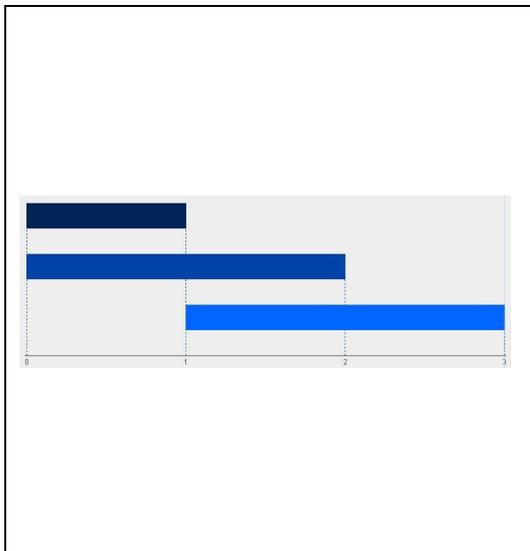
Apéndice B: Familia de Árboles de Recursión

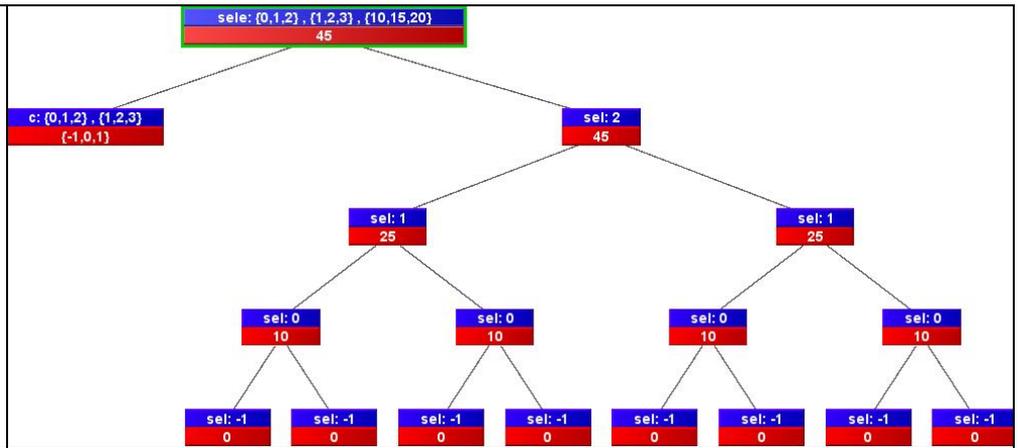
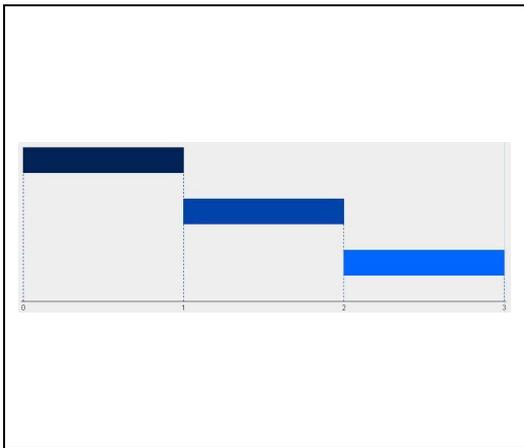
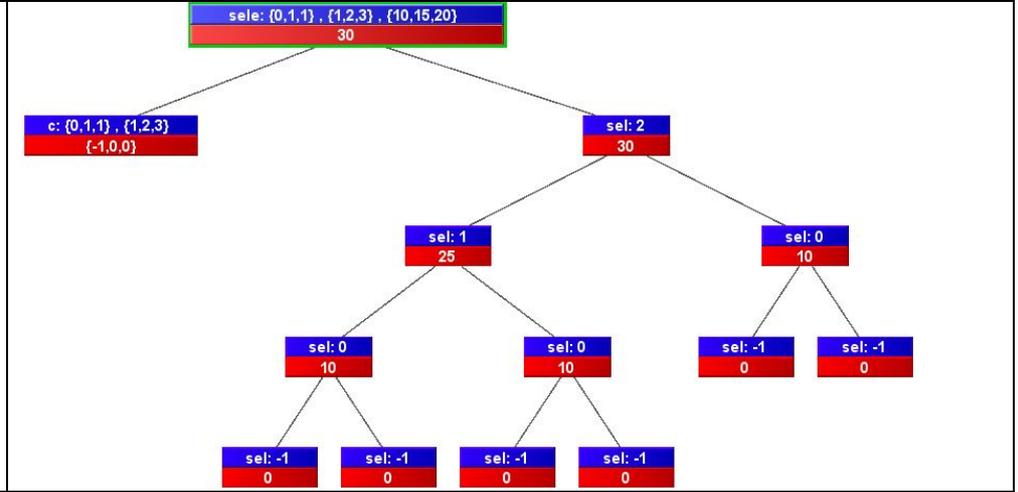
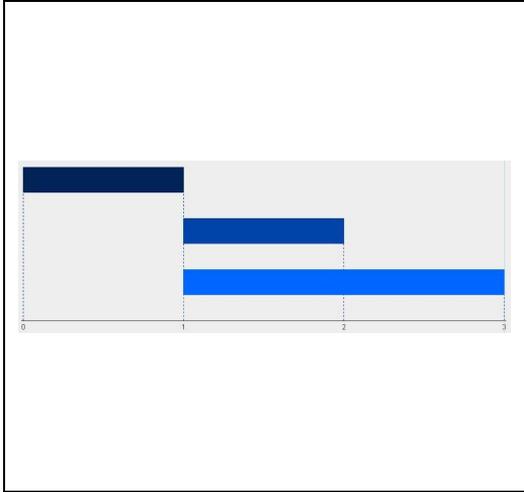
Árboles de recursión de la función *sel*

A continuación se encuentran 5 árboles de recursión de la función *sel*. Cada figura consta de dos partes:

1. Izquierda. Representación gráfica, siguiendo el formato de GreedEx, de tres actividades usadas como datos de entrada. Sus instantes de comienzo y de fin siempre se encuentran comprendidos entre los instantes 0 y 3.
2. Derecha. Árbol de recursión para estos datos, donde aparecen nodos de tres métodos:
 - *sele* (abreviatura de *selecActividades*, el método principal cuya cabecera se declara en el enunciado).
 - *c* (abreviatura de *calcularPreds*, el método que calcula el vector de predecesores *p*). Muestra los vectores de inicio y fin de las actividades como entrada y el vector *p* como salida.
 - *sel*, el método recursivo del enunciado.







4. En general, ¿qué características deben tener los datos de entrada (es decir, las actividades) para que el algoritmo recursivo *sel* genere:
- un número mínimo de llamadas recursivas?

- un número máximas de llamadas recursivas?

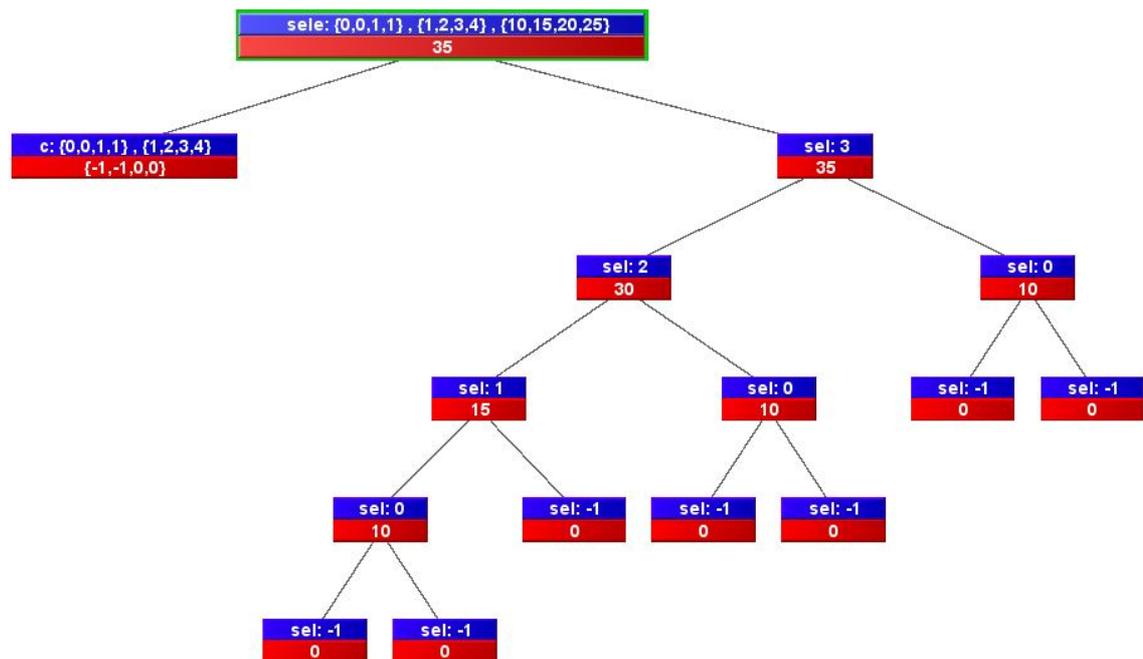
5. Para la tabulación del algoritmo recursivo *sel*, indica las características que debe tener una tabla *t* de tamaño adecuado:

Número de dimensiones (1, 2, 3,...): _____

Tamaño (número de celdas) de cada dimensión: _____

Indica qué subproblema de *sel* se almacenará en cada celda de *t*: _____

6. Sea el siguiente árbol de búsqueda:



- Dibuja los datos de entrada mediante un diagrama de tiempos:

- ¿Qué actividades forman la decisión óptima? ¿Por qué?

Por favor marca, en cada pregunta, un valor de la escala mostrada en la siguiente tabla:

Valor	De acuerdo
1	Nada
2	Poco
3	Regular
4	Bastante
5	Totalmente

1. La visualización conjunta de las actividades y el árbol de recursión correspondiente ha sido fácil de entender
2. El uso de varios árboles de recursión me ha resultado sencillo de entender
3. Hubiera preferido construir un árbol de recursión con los datos que yo propusiera
4. En general, el uso de varios árboles de recursión ayuda a entender la estructura recursiva de la función *sel*
5. Los árboles de recursión concretos mostrados me han ayudado a entender la estructura recursiva de la función *sel*
6. Para comprender la estructura recursiva de la función *sel*, ha sido suficiente con disponer de datos formados por 3 actividades

Puedes añadir cualquier comentario que te parezca pertinente (si añadirías o suprimirías algo en las visualizaciones, si ves algo positivo o negativo que resaltar, etc.)

Apéndice D: Respuestas de la Primera Evaluación

Evaluación de familias de árboles de recursión - Grupo experimental

Pregunta	Alumno 1	Alumno 2	Alumno 3	Alumno 4	Alumno 5	Alumno 6	Alumno 7
1	M	B	B	M	B	B	B
3a	Ord	B	B	B	B	B	B
3b	Ord	B	B	B	B	B	B
4a	B	B	B	B	Com	B	Com
4b	B	B	B	B	B	B	B
6a	B	B	B	B	B	B	B
6ba	B	B	B	B	B	B	B
6bb	M	B	B	B	B	B	M

Pregunta	Alumno 8	Alumno 9	Alumno 10	Alumno 11	Alumno 12	Alumno 13	Alumno 14
1	B	B	B	B	B	B	B
3a	B	B	Sol	B	B	B	B
3b	B	B	Sol	B	B	Ord	B
4a	B	Com	B	Com	B	Com	B
4b	B	B	B	B	B	B	B
6a	B	B	B	B	B	B	B
6ba	B	B	M	B	B	B	B
6bb	B	B	B	B	B	B	B

Evaluación de familias de árboles de recursión - Grupo de control

Pregunta	Alumno 15	Alumno 16	Alumno 17	Alumno 18	Alumno 19	Alumno 20	Alumno 21
1	B	B	B	B	B	B	B
3a	1Sol	1Sol	B	1Sol	1Activ	B	Ord
3b	Sol	B	B	B	B	B	Ord
4a	Sol	Sol	B		Sol	NoSol	Com
4b	NoSol	NoSol	B		B	B	B
6a	B	B	B	B	B	B	B
6ba	B	B	B	B	B	M	B
6bb	B	B	B		B	B	B
Usado Srec	Sí	Sí	No	No	No	No	No

Pregunta	Alumno 22	Alumno 23	Alumno 24	Alumno 25	Alumno 26	Alumno 27
1	M	M	B	M	B	B
3a	Ord	Sol	1Activ	Sol		B
3b	B		B	B		B
4a	B	NoSol	B	Sol		B
4b	B		B	B		B
6a	B				B	B
6ba	B		B		B	B
6bb	M					B
Usado Srec	No	Sí	No	Sí	No	

Evaluación de familias de árboles de recursión - cuestionario de satisfacción

Nombre y apellidos	Alumno 1	Alumno 2	Alumno 3	Alumno 4	Alumno 5	Alumno 6	Alumno 7
La visualización conjunta de actividades y del árbol de recursión correspondiente ha sido fácil de entender	4	4	5	4	4	4	
El uso de varios árboles de recursión me ha resultado sencillo de entender	4	5	5	4	3	3	
Hubiera preferido construir un árbol de recursión con los datos que yo propusiera	3	1	2	2	2	3	
En general, el uso de varios árboles de recursión ayuda a entender la estructura recursiva de la función sel	5	3	5	5	2	4	
Los árboles de recursión concretos mostrados me han ayudado a entender la estructura recursiva de la función sel	4	4	5	4	3	4	
Para comprender la estructura recursiva de la función sel, ha sido suficiente con disponer de datos formados por 3 actividades	4	3	5	5	4	3	
Otros comentarios			Algún ejemplo en el que se elijan actividades alternativas en vez de siempre la (1,3), (3) o todas como (2,3). PD: Todo sobre 3 actividades	Pienso que se deberían nombrar las tareas en los diagramas de tiempo, para poder desarrollar de forma más (específica) personalizada			

Evaluación de familias de árboles de recursión - cuestionario de satisfacción

Nombre y apellidos	Alumno 8	Alumno 9	Alumno 10	Alumno 11	Alumno 12	Alumno 13	Alumno 14
La visualización conjunta de actividades y del árbol de recursión correspondiente ha sido fácil de entender	5	5	5	5	5	4	4
El uso de varios árboles de recursión me ha resultado sencillo de entender	5	4	5	4	5	5	5
Hubiera preferido construir un árbol de recursión con los datos que yo propusiera	2	1	5	2	1	1	3
En general, el uso de varios árboles de recursión ayuda a entender la estructura recursiva de la función sel	4	5	4	3	4	5	5
Los árboles de recursión concretos mostrados me han ayudado a entender la estructura recursiva de la función sel	5	4	4	4	3	5	4
Para comprender la estructura recursiva de la función sel, ha sido suficiente con disponer de datos formados por 3 actividades	5	4	5	4	4	5	3

Otros comentarios		Una explicación a los árboles de recursión	Lo que se ha comentado anteriormente, hubiese servido de gran ayuda que interactuase con SRec y pudiese obtener el árbol con los datos que él propusiera o haberlo hecho él en una hoja aparte y comprobar luego con SRec y el árbol generado que son iguales, es decir, que se ha entendido el ejercicio			Suprimiría el 2º árbol o el 3º, ya que tratan el mismo caso.	En el último caso de que no se solaparan es el caso en el que he entendido del todo cómo hacer el grafo de dependencia. Me hubiera gustado disponer de un caso de 4 actividades que no se solaparan (aunque no fuera del todo) o poder usar SRec para crear árboles yo mismo
-------------------	--	--	---	--	--	--	--

Nombre y apellidos: _____

Por favor marca, en cada pregunta, un valor de la escala mostrada en la siguiente tabla:

Valor	De acuerdo
1	Nada
2	Poco
3	Regular
4	Bastante
5	Totalmente

1. La visualización conjunta de las actividades y el árbol de recursión correspondiente ha sido fácil de entender
2. El uso de varios árboles de recursión me ha resultado sencillo de entender
3. Hubiera preferido construir un árbol de recursión con los datos que yo propusiera
4. He comprendido mejor la estructura recursiva de la función *sel* tras ver varios árboles de recursión que si hubiera visto uno solo
5. En general, el uso de varios árboles de recursión ayuda a entender la estructura recursiva de la función *sel*
6. Los árboles de recursión concretos mostrados me han ayudado a entender la estructura recursiva de la función *sel*
7. Para comprender la estructura recursiva de la función *sel*, ha sido suficiente con disponer de datos formados por 3 actividades

Puedes añadir cualquier comentario que te parezca pertinente (si añadirías o suprimirías algo en las visualizaciones, si ves algo positivo o negativo que resaltar, etc.)

Apéndice F: Respuestas de la Segunda Evaluación

Evaluación de familias de árboles de recursión - Grupo experimental

Pregunta	Alumno 1	Alumno 2	Alumno 3	Alumno 4	Alumno 5	Alumno 6	Alumno 7	Alumno 8
1	B	M	B	B	B	B	B	B
2a	B	B	M	B	B	B	B	M
2b	B	B-1	B-1	B	B+1	B	B-1	M
3a	B	Ord	B	B	Ord	B	Ord	
3b	B	B	B	B	Ord	B	B	
4a	B	B	B	B	B	Sol	B	
4b	B	B	B	B	B	Sol	B	
5a	B-1	B-1	B	B-1	B	B	B-1	

Evaluación de familias de árboles de recursión - Grupo de control

Pregunta	Alumno 9	Alumno 10	Alumno 11	Alumno 12	Alumno 13	Alumno 14	Alumno 15	Alumno 16
1	B	B	B	B	B	B	B	B
2a	B	B	B	B	B	M	M	M
2b	B-1	B+1	M	M	B-1	M	M	M
3a	Sol	Ord	Sol	Sol	Ord	Sol	Ord	
3b	B	B		Ord	B	B	B	
4a	Sol	B		B	Sol		B	Sol
4b	B	B		B	B		B	Sol
5a				M	M		B-1	

Evaluación de familias de árboles de recursión

Nombre y apellidos	Alumno 1	Alumno 2	Alumno 3	Alumno 4	Alumno 5	Alumno 6	Alumno 7	Alumno 8
La visualización conjunta de actividades y del árbol de recursión correspondiente ha sido fácil de entender	4	4	4	5	4	4	4	5
El uso de varios árboles de recursión me ha resultado sencillo de entender	5	5	4	5	3	4	5	4
Hubiera preferido construir un árbol de recursión con los datos que yo propusiera	2	3	2	5	2	3	2	3
He comprendido mejor la estructura recursiva de la función sel tras ver varios árboles de recursión que si hubiera visto uno solo	3	5	5	2	5	5	5	4
En general, el uso de varios árboles de recursión ayuda a entender la estructura recursiva de la función sel	3	5	5	4	4	4	5	4
Los árboles de recursión concretos mostrados me han ayudado a entender la estructura recursiva de la función sel	5	5	4	5	4	5	5	3
Para comprender la estructura recursiva de la función sel, ha sido suficiente con disponer de datos formados por 3 actividades	5	4	3	3	4	3	4	4

Otros comentarios	Me ha gustado mucho. Cuesta un poco arrancar pero una vez centrado tras analizar el primer árbol detenidamente ha sido fácil. Ha estado muy bien			Es mejor ver en SRec cómo se va generando paso a paso el árbol que verlo completo desde el principio e imaginar cómo se genera			Añadiría a la visualización de actividades y el árbol de recursión un tabla con las actividades, como en el enunciado de la práctica, para poder visualizar más rápidamente los datos [Incluye esquema de tabla con tres columnas: i, ci, fi, y puntos suspensivos]	
-------------------	--	--	--	--	--	--	---	--